Über primitive Congruenzwurzeln.

Von dem c. M. **Leopold Gegenbauer.**

Zu den bekannten Sätzen über die primitiven Congruenzwurzeln einer Primzahl kann man die folgenden hinzufügen:

Sind $p = 24\alpha(24\beta+17)+168\beta+125$ und $6\alpha(24\beta+17)+ +42\beta+31$ Primzahlen und ist $576\alpha^2+296\alpha+50$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha+7$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 24\alpha(24\beta+13)+264\beta+149$ und $6\alpha(24\beta+13)+ +66\beta+37$ Primzahlen und ist $576\alpha^2+488\alpha+122$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha+11$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 24\alpha(24\beta+11)+312\beta+149$ und $6\alpha(24\beta+11)+ +78\beta+37$ Primzahlen und ist $576\alpha^2+624\alpha+170$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha+13$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 24\alpha(24\beta+7)+408\beta+125$ und $6\alpha(24\beta+7)+ +102\beta+31$ Primzahlen und ist $576\alpha^2+676\alpha+290$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha+17$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 8\alpha(8\beta+1)+24\beta+5$ und $2\alpha(8\beta+1)+6\beta+1$ Primzahlen und ist $64\alpha^2+48\alpha+10$ zu p theilerfremd, so ist $8\alpha+3$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 8\alpha(8\beta+7)+40\beta+37$ und $2\alpha(8\beta+7)+10\beta+9$ Primzahlen und ist $64\alpha^2+80\alpha+26$ zu p theilerfremd, so ist $8\alpha+5$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 8\alpha(8\beta+3)+40\beta+13$ und $2\alpha(8\beta+3)+10\beta+3$ Primzahlen und ist $64\alpha^2+80\alpha+26$ zu p theilerfremd, so ist $8\alpha+5$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 24\alpha(24\beta+13)-24\beta-19$ und $6\alpha(24\beta+13)-6\beta-5$ Primzahlen und ist $576\alpha^2-48\alpha+2$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha-1$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 24\alpha(24\beta+17)+456\beta+317$ und $6\alpha(24\beta+17)+ +114\beta+79$ Primzahlen und ist $576\alpha^2+912\alpha+362$ zu p theilerfremd, so ist $24\alpha+19$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 96\alpha(3\beta+2)+120\beta+77$ und $24\alpha(3\beta+2)+30\beta+19$ Primzahlen und ist $144\alpha^2+120\alpha+26$ zu p theilerfremd, so ist $12\alpha+5$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 96\alpha(3\beta+2)+264\beta+173$ und $24\alpha(3\beta+2)+ +66\beta+43$ Primzahlen und ist $144\alpha^2+264\alpha+122$ zu p theilerfremd, so ist $12\alpha+11$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 24\alpha(12\beta+5)+120\beta+53$ und $6\alpha(12\beta+5)+ +30\beta+13$ Primzahlen und ist $144\alpha^2+120\alpha+26$ zu p theilerfremd, so ist $12\alpha+5$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 24\alpha(12\beta+7)+168\beta+101$ und $6\alpha(12\beta+7)+ +42\beta+25$ Primzahlen und ist $144\alpha^2+168\alpha+50$ zu p theilerfremd, so ist $12\alpha+7$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 20\alpha(2\beta+1)+12\beta+1$ und $5\alpha(2\beta+1)+3\beta$ Primzahlen und ist $100\alpha^2+60\alpha+10$ zu p theilerfremd, so ist $10\alpha+3$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 20\alpha(2\beta+1)+28\beta+9$ und $5\alpha(2\beta+1)+7\beta+2$ Primzahlen und ist $100\alpha^2+140\alpha+50$ zu p theilerfremd, so ist $10\alpha+7$ primitive Congruenzwurel der Primzahl p.

Sind $p = 160\alpha\beta+88\beta+5$ und $40\alpha\beta+22\beta+1$ Primzahlen und ist $400\alpha^2+440\alpha+122$ zu p theilerfremd, so ist $20\alpha+11$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 160\alpha\beta+104\beta+5$ und $40\alpha\beta+26\beta+1$ Primzahlen und ist $400\alpha^2+520+170$ zu p theilerfremd, so ist $20\alpha+13$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p = 160\alpha\beta+136\beta+5$ und $40\alpha\beta+34\beta+1$ Primzahlen und ist $400\alpha^2+680\alpha+290$ zu p theilerfremd, so ist $20\alpha+17$ primitive Congruenzwurzel der Primzahl p.

Sind $p = 160\alpha\beta+152\beta+5$ und $40\alpha\beta+3\beta+1$ Primzahlen und ist $400\alpha^2+760\alpha+362$ zu p theilerfremd, so ist $20\alpha+19$ primitive Congruenzwurzel von p.

Sind $p \lessgtr 11$ und $\frac{p-1}{2}$ Primzahlen und sind die beiden ganzen positiven Zahlen

$$\left[\frac{p+2}{4}\right] \text{ und } \left[\frac{2p+5}{10}\right]$$

in Beziehung auf den Modul 2 incongruent, so ist 10 primitive Congruenzwurzel von p.

Aus dem letzten Satze folgt sofort das Theorem:

Sind $p \lessgtr 11$ und $\frac{p-1}{2}$ Primzahlen und ist die Summe

$$\left[\frac{p+2}{4}\right] + \left[\frac{2p+5}{10}\right]$$

ungerade, so ist der periodische Decimalbruch für $\frac{1}{p}$ vollzählig.